

## DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE UNA MUESTRA BAJO LA HIPÓTESIS DE LA LEY DE PROBABILIDAD DE WEIBULL DE PARÁMETROS: $(0, \theta, 1)$

FCO. JAVIER DÍAZ-LLANOS Y SAINZ-CALLEJA  
y CARMEN CERMEÑO CARRASCO

**RESUMEN:** En éste artículo, hemos encontrado unas fórmulas que nos permiten determinar, el tamaño de una muestra aleatoria simple y —a posteriori— una regla general de decisión cuando realizamos un test de hipótesis simple —para uno y dos parámetros— asociados a una y, dos Leyes de WEIBULL, respectivamente.

**INTRODUCCIÓN:** EL motivo de la realización de este artículo no es caprichoso sino que, se fundamenta, por una parte, en el hecho de que, las muestras —en la realidad— se extraen, de una variable aleatoria  $X$ , respectivamente, de un proceso que sigue—más bien— una Ley de WEIBULL:

$$X \rightsquigarrow W(0, \theta, 1), \theta \in \mathbb{R}_+^*$$

que, una Ley de LAPLACE-GAUSS [Karl PEARSON:Ley Normal(1893), KRAMP: Tablas de Ley Normal (1899)]

Por otra parte, sin embargo —curiosamente— la mayoría de los textos reflejan de una forma preponderante, los procesos, para esta última Ley que para la primera.

Dado estos dos hechos, en el presente trabajo, se ha desarrollado el problema del tamaño de la muestra- extraída de una o dos variables aleatorias - independientes-, - de WEIBULL- de parámetros

$$(0, \theta, 1) \text{ y } (0, \theta_1, 1) \text{ y } (0, \theta_2, 1),$$

respectivamente.

## PROCEDIMIENTO

En primer lugar, mostraremos un procedimiento para la determinación del **tamaño de una muestra** aleatoria simple extraída de una variable aleatoria que sigue la Ley de WEIBULL:

y, a continuación, una **regla general de decisión**.

En segundo lugar, mostraremos un procedimiento para determinar el **tamaño de dos muestras** aleatorias simples extraídas de dos variables aleatorias independientes siguiendo dicha Ley:

para ofrecer después una **regla general de decisión**.

Estas **reglas generales de decisión** nos permitirán decidir si debemos aceptar o rechazar la **hipótesis nula** que vayamos a someter a un test de hipótesis simple, producto de las restricciones de la toma en consideración de determinadas verificaciones empíricas.

No obstante, las **reglas generales de decisión** no serán estrictamente las obtenidas mediante la aplicación del **lema de Jerzy NEYMAN-Egon PEARSON**, ya que en ellas aparecen las constantes asociadas a dicho lema:

siendo éstas desconocidas. De ahí que, las **reglas generales de decisión** las enunciaremos tal como mostraremos más adelante.

### Test de hipótesis para el parámetro

$$\theta$$

de una variable aleatoria que sigue la Ley de WEIBULL:

$$X \mapsto W(0, \theta, 1)$$

#### Primera etapa:

El investigador deberá tomar la decisión de plantear una hipótesis nula para el parámetro

$$\theta$$

, que en nuestro caso concreto será una hipótesis simple:

Dado que toda hipótesis nula debe ir acompañada de su contra hipótesis (hipótesis alternativa, que en nuestro caso concreto será también simple), el investigador deberá formularla de una de estas dos formas que proponemos:

$$H_1: \theta = \theta_1, \theta_o > \theta_1$$

*o bien*

$$H_1: \theta = \theta_1, \theta_o < \theta_1$$

### Segunda etapa:

El investigador deberá tomar la decisión, en su campo de experimentación concreto, no sólo del cual va a ser el **nivel de significación** que elija, es decir, el **umbral crítico de decisión** a partir del cual aceptaremos o rechazaremos la **hipótesis nula**, sino también, la **potencia del test**.

### Tercera etapa:

El investigador extraerá una muestra aleatoria simple de tamaño pequeño, para verificar si la muestra es compatible con la **hipótesis nula**.

Teniendo en cuenta todas las **hipótesis** establecidas, tanto **no distribucionales** como **distribucionales**, deduciremos aquellas fórmulas que nos permitirán responder a los dos puntos clave de este trabajo: el **tamaño de la muestra** y la **regla general de decisión**, bajo las dos situaciones hipotéticas, que ya hemos mencionado. Tanto para  $H_o: \frac{\theta_1}{\theta_2} = c$  primera como para la segunda, el cálculo del tamaño de la muestra lo determinaremos igualando los **umbrales críticos de decisión** obtenidos a partir del **nivel de significación** y de la **potencia del test** tan como mostraremos a continuación.

### Test de hipótesis para los parámetros

$$\theta_1 \text{ y } \theta_2$$

de dos variables aleatorias independientes que siguen la Ley de WEIBULL:

$$X \mapsto W(0, \theta_1, 1) \text{ e } Y \mapsto W(0, \theta_2, 1)$$

### Primera etapa:

El investigador deberá tomar la decisión de plantear una hipótesis nula para los parámetros

$$\theta_1 \text{ y } \theta_2$$

, que en nuestro caso concreto será una hipótesis simple:

Dado que toda hipótesis nula debe ir acompañada de su contra hipótesis (hipótesis alternativa, que en nuestro caso concreto será también simple), el investigador deberá formularla de una de estas dos formas que proponemos:

$$H_1: \frac{\theta_1}{\theta_2} = c_1, c_1 < c_0$$

o bien

$$H_1: \frac{\theta_1}{\theta_2} = c_1, c_1 > c_0$$

Para no resultar reiterativos, la **segunda** y la **tercera etapa** serán las mismas que en el apartado anterior.

### I. Primera situación hipotética para el parámetro

$\theta$  de una ley de WEIBULL:  $X \rightarrow W(\theta, \theta, 1)$

I.1. Cálculo de:

$K^l(\alpha_1)$  (umbral crítico de decisión)  
a partir de  $\alpha_1$  (nivel de significación)

$H_0: \theta$   
 $H_1: \theta$   
 $\theta_1 <$

La fórmula de partida, que va a permitirnos expresar:

$K^l(\alpha_1)$  en función de:

$$\theta_0, n \text{ y } F_{\chi^2_{2n}}^{-1}(\alpha_1)$$

es la siguiente:

$$\alpha_1 = P \left( \frac{\sum_{i=1}^{i=n} X_i}{n} \leq K^l(\alpha_1) / \theta = \theta_0 \right)$$

Teniendo en cuenta el siguiente resultado,

$$\frac{2}{\theta_o} \frac{\sum_{i=1}^{i=n} X_i}{n} \rightsquigarrow \chi_{2n}^2$$

llegamos —sin dificultad— a la expresión,

$$F_{\chi_{2n}^2} \left( \frac{2n}{\theta_o} K^I(\alpha_1) \right) = \alpha_1$$

tal como puede verse a continuación:

$$\begin{aligned} P \left( \frac{\sum_{i=1}^{i=n} X_i}{n} \leq K^I(\alpha_1) / \theta = \theta_o \right) &= P \left( \frac{2}{\theta_o} \frac{\sum_{i=1}^{i=n} X_i}{n} \leq \frac{2}{\theta_o} K^I(\alpha_1) \right) = \\ &= P \left( \frac{2}{\theta_o} \sum_{i=1}^{i=n} X_i \leq \frac{2n}{\theta_o} K^I(\alpha_1) \right) = P \left( \chi_{2n}^2 \leq \frac{2n}{\theta_o} K^I(\alpha_1) \right) = F_{\chi_{2n}^2} \left( \frac{2n}{\theta_o} K^I(\alpha_1) \right) \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$F_{\chi_{2n}^2} \left( \frac{2n}{\theta_o} K^I(\alpha_1) \right) = \alpha_1$$

Pre-multiplicando ambos miembros de esta expresión por la función inversa de la función de distribución de la variable aleatoria

$$\chi_{2n}^2 \text{ de HELMERT (1875)}$$

tenemos que,

$$\frac{2n}{\theta_o} K^I(\alpha_1) = F_{\chi_{2n}^2}^{-1}(\alpha_1)$$

Despejando

$$K^I(\alpha_1)$$

de esta igualdad, obtendremos la fórmula que queríamos deducir:

$$K^I(\alpha_1) = \left( \frac{\theta_o}{2n} \right) F_{\chi_{2n}^2}^{-1}(\alpha_1)$$

I.2. Cálculo de:

$K^I(\alpha_1)$  (umbral crítico de decisión)  
a partir de  $\eta$  (potencia del test)

La fórmula de partida, que va a permitirnos expresar:

$K^I(\alpha_1)$  (umbral crítico de decisión), en función de:

$$\theta_1, n \text{ y } F_{\chi^2_{2n}}^{-1}(\eta)$$

es la siguiente,

$$\eta = P \left( \frac{\sum_{i=1}^{i=n} X_i}{n} \leq K^I(\alpha_1) / \theta = \theta_1 \right)$$

La fórmula de la **potencia del test** es similar a la del **nivel de significación**. Así (para no resultar reiterativos en las operaciones), y actuando de la misma manera que hicimos con éste, llegamos al siguiente resultado:

$$K^I(\alpha_1) = \left( \frac{\theta_1}{2n} \right) F_{\chi^2_{2n}}^{-1}(\eta)$$

Si igualamos ambos **umbrales críticos de decisión**, obtenemos la fórmula que nos permite el cálculo del **tamaño de la muestra**:

$$\frac{\theta_o}{\theta_1} = \frac{F_{\chi^2_{2n}}^{-1}(\eta)}{F_{\chi^2_{2n}}^{-1}(\alpha_1)}$$

Tomaremos aquel n que verifique lo máximo posible esta relación.

I.3. Regla general de decisión

Para una muestra de media

$$\bar{x}_n \text{ (valor particular de } \bar{X}_n \text{)}$$

susceptible de ser extraída, la **hipótesis nula** será rechazada o aceptada bajo las siguientes condiciones:

$$\text{Si } \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n} \leq \left( \frac{\theta_o}{2n} \right)^{-1} F_{\chi_{2n}^2}^{-1}(\alpha_1) \text{ se rechaza } H_o$$

$$\text{Si } \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n} > \left( \frac{\theta_o}{2n} \right)^{-1} F_{\chi_{2n}^2}^{-1}(\alpha_1) \text{ se acepta } H_o$$

## II. Segunda situación hipotética para el parámetro

$\theta$  de una ley de WEIBULL:  $X \rightarrow W(0, \theta, 1)$

### II.1. Cálculo de:

$K^D(\alpha_2)$  (umbral crítico de decisión)  
a partir de  $\alpha_2$  (nivel de significación)

$H_o: \theta = \theta_o$  La fórmula de partida, que va a permitirnos expresar:

$H_1: \theta = \theta_1$   $K^D(\alpha_2)$  (umbral crítico de decisión), en función de:  
 $\theta_o, n$  y  $F_{\chi_{2n}^2}^{-1}(1 - \alpha_2)$

es la siguiente:

$$\alpha_2 = P \left( \frac{\sum_{i=1}^{i=n} X_i}{n} \geq K^D(\alpha_2) / \theta = \theta_o \right)$$

Esta fórmula se diferencia de la del apartado anterior (ver: I.1) en:

1. El signo de la desigualdad
2. Que en lugar de:

$$K^I(\alpha_1)$$

está:

$$K^D(\alpha_2)$$

Por consiguiente, para no ser reiterativos,

$$K^D(\alpha_2)$$

tomará la siguiente forma:

$$K^D(\alpha_2) = \left( \frac{\theta_0}{2n} \right) F_{\chi_{2n}^2}^{-1}(1 - \alpha_2)$$

II.2. Cálculo de:

$K^D(\alpha_2)$  (umbral crítico de decisión)  
a partir de  $\eta$  (potencia del test)

La fórmula de partida, que va a permitirnos expresar:

$$K^D(\alpha_2), \text{ en función de:}$$

$$\theta_1, n \text{ y } F_{\chi_{2n}^2}^{-1}(1 - \eta)$$

es la siguiente,

$$\eta = P \left( \frac{\sum_{i=1}^{i=n} X_i}{n} \geq K^D(\alpha_2) / \theta = \theta_1 \right)$$

Esta fórmula se diferencia de la del apartado anterior (ver:I.2) en:

1. El signo de la desigualdad
2. Que en lugar de:

$$K^I(\alpha_1)$$

está:

$$K^D(\alpha_2)$$

Por consiguiente, para no resultar reiterativos,

$$K^D(\alpha_2)$$

tomará la siguiente forma:

$$K^D(\alpha_2) = \left( \frac{\theta_1}{2n} \right) F_{\chi_{2n}^2}^{-1}(1 - \eta)$$



Al igualar ambos **umbrales críticos de decisión**, podemos obtener la fórmula que nos permite el cálculo del **tamaño de la muestra**:

$$\frac{\theta_1}{\theta_o} = \frac{F_{\chi^2_{2n}}^{-1}(1-\alpha_2)}{F_{\chi^2_{2n}}^{-1}(1-\eta)}$$

Tomaremos aquel n que verifique lo máximo posible esta relación.

### II.3. Regla general de decisión

Para una muestra de media

$$\bar{x}_n \text{ (valor particular de } \bar{X}_n \text{)}$$

susceptible de ser extraída, la **hipótesis nula** será rechazada o aceptada bajo las siguientes condiciones:

$$\begin{array}{l}
 H_o : \frac{\theta_1}{\theta_2} = c_o \\
 H_1 : \frac{\theta_1}{\theta_2} = c_1 \\
 c_1 < c_o
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Si } \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n} \geq \left( \frac{\theta_o}{2n} \right) F_{\chi^2_{2n}}^{-1}(1-\alpha_2) \text{ se rechaza } H_o \\
 \text{Si } \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i}{n} < \left( \frac{\theta_o}{2n} \right) F_{\chi^2_{2n}}^{-1}(1-\alpha_2) \text{ se acepta } H_o
 \end{array}$$

### III. Tercera situación hipotética para los parámetros

$$\begin{array}{l}
 \theta_1 \text{ y } \theta_2 \text{ de dos leyes de WEIBULL:} \\
 X \mapsto W(0, \theta_1, 1) \text{ e } Y \mapsto W(0, \theta_2, 1)
 \end{array}$$

#### III.1. Cálculo de:

$K^I(\alpha_1)$  (umbral crítico de decisión)  
a partir de  $\alpha_1$  (nivel de significación)

La fórmula de partida, que va a permitirnos expresar:

$$K^I(\alpha_1), \text{ en función de:}$$

$$c_o, n_1 \text{ y } n_2, \text{ y } F_{F_{2n_1}, 2n_2}^{-I}(\alpha_1)$$

es la siguiente,

$$\alpha_1 = P \left( \frac{n_2 \sum_{i=1}^{i=n_1} X_i}{n_1 \sum_{j=1}^{j=n_2} Y_j} \leq K^I(\alpha_1) / \left( \frac{\theta_1}{\theta_2} \right) = c_o \right)$$

Teniendo en cuenta el siguiente resultado,

$$\frac{\theta_2 n_2 \sum_{i=1}^{i=n_1} X_i}{\theta_1 n_1 \sum_{j=1}^{j=n_2} Y_j} \hookrightarrow F_{2n_1, 2n_2}$$

llegamos sin dificultad a la expresión,

$$F_{F_{2n_1}, 2n_2} \left( \frac{K^I(\alpha_1)}{c_o} \right) = \alpha_1$$

tal como mostramos a continuación:

$$P \left( \frac{n_2 \sum_{i=1}^{i=n_1} X_i}{n_1 \sum_{j=1}^{j=n_2} Y_j} \leq K^I(\alpha_1) / \left( \frac{\theta_1}{\theta_2} \right) = c_o \right) = P \left( \frac{\theta_2 n_2 \sum_{i=1}^{i=n_1} X_i}{\theta_1 n_1 \sum_{j=1}^{j=n_2} Y_j} \leq \frac{K^I(\alpha_1)}{c_o} \right) =$$

$$= P \left( F_{2n_1, 2n_2} \leq \frac{K^I(\alpha_1)}{c_o} \right)$$

Por lo tanto:

$$\alpha_1 = F_{F_{2n_1}, 2n_2} \left( \frac{K^I(\alpha_1)}{c_o} \right)$$

Pre-multiplicando ambos miembros de esta expresión por la función inversa de la función de distribución de la variable aleatoria

$$F_{2n_2}^{2n_1} \text{ de FISHER-SNEDECOR}$$

tenemos que,

$$\frac{K^l(\alpha_1)}{c_0} = \bar{F}_{F_{2n_2}^{2n_1}}^{-1}(\alpha_1)$$

Despejando

$$K^l(\alpha_1)$$

de esta igualdad, obtenemos la fórmula que queríamos deducir:

$$K^l(\alpha_1) = c_0 \bar{F}_{F_{2n_2}^{2n_1}}^{-1}(\alpha_1)$$

III.2. *Cálculo de:*

$K^l(\alpha_1)$  (umbral crítico de decisión)  
a partir de  $\eta$  (potencia del test)

La fórmula de partida, que va a permitirnos expresar:

$K^l(\alpha_1)$ , en función de:

$$c_1, n_1 \text{ y } n_2, \text{ y } \bar{F}_{F_{2n_2}^{2n_1}}^{-1}(\eta)$$

es la siguiente,

$$\eta = P \left( \frac{\sum_{i=1}^{n_1} X_i}{n_2 \sum_{j=1}^{n_2} Y_j} \leq K^l(\alpha_1) / \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = c_1 \right)$$

La fórmula de la **potencia del test**, es similar a la del **nivel de significación**. Así (para no resultar reiterativos en las operaciones), y actuando de la misma manera que hicimos con éste, llegamos al siguiente resultado:

$$K^l(\alpha_1) = c_1 \bar{F}_{F_{2n_2}^{2n_1}}^{-1}(\eta)$$

Igualando ambos **umbrales críticos de decisión**, obtenemos la fórmula que nos permite el cálculo del **tamaño de la muestra**:

$$\frac{c_0}{c_1} = \frac{F_{F, 2n_1}^{-1}(\eta)}{F_{F, 2n_2}^{-1}(\alpha_1)}$$

Tomaremos aquellos  $n_1$  y  $n_2$  que verifiquen lo máximo posible esta relación.

### III.3. Regla general de decisión

Para dos muestras de medias

$$\bar{x}_{n_1} \text{ e } \bar{y}_{n_2} \text{ (valores particulares de } \bar{X}_{n_1} \text{ e } \bar{Y}_{n_2} \text{)}$$

susceptibles de ser extraídas, la **hipótesis nula** será rechazada o aceptada bajo las siguientes situaciones:

$$\text{Si } \frac{n_2}{n_1} \frac{\sum_{i=1}^{i=n_1} x_i}{\sum_{j=1}^{j=n_2} y_j} \leq c_0 F_{F, 2n_1}^{-1}(\alpha_1) \text{ se rechaza } H_0$$

$$\text{Si } \frac{n_2}{n_1} \frac{\sum_{i=1}^{i=n_1} x_i}{\sum_{j=1}^{j=n_2} y_j} > c_0 F_{F, 2n_1}^{-1}(\alpha_1) \text{ se acepta } H_0$$

$$H_0: \frac{\theta}{\theta}$$

$$H_1: \frac{\theta}{\theta}$$

$$c_1 >$$

### IV. Cuarta situación hipotética para los parámetros

$$\theta_1 \text{ y } \theta_2 \text{ de dos leyes de WEIBULL:}$$

$$X \rightsquigarrow W(0, \theta_1, 1) \text{ e } Y \rightsquigarrow W(0, \theta_2, 1)$$

IV.1. Cálculo de:

$K^D(\alpha_2)$  (umbral crítico de decisión)  
a partir de  $\alpha_2$  (nivel de significación)

La fórmula de partida, que va a permitirnos expresar:

$$K^D(\alpha_2), \text{ en función de:}$$

$$c_o, n_1 \text{ y } n_2, \text{ y } F_{F_{2n_1}, 2n_2}^{-1}(1-\alpha_2)$$

es la siguiente,

$$\alpha_2 = P \left( \frac{n_2 \sum_{i=1}^{i=n_1} X_i}{n_1 \sum_{j=1}^{j=n_2} Y_j} \geq K^D(\alpha_2) / \left( \frac{\theta_1}{\theta_2} \right) = c_o \right)$$

Esta fórmula se diferencia de la del apartado anterior (ver: III.1) en:

1. El signo de la desigualdad.
2. Que en lugar de

$$K^I(\alpha_1)$$

está:

$$K^D(\alpha_2)$$

Por consiguiente, para no ser reiterativos,

$$K^D(\alpha_2)$$

tomará la siguiente forma:

$$K^D(\alpha_2) = c_o F_{F_{2n_1}, 2n_2}^{-1}(1-\alpha_2)$$

IV.2. Cálculo de:

$K^D(\alpha_2)$  (umbral crítico de decisión)  
a partir de  $\eta$  (potencia del test)

La fórmula de partida, que va a permitirnos expresar:

$$K^D(\alpha_2), \text{ en función de:}$$

$$c_1, n_1 \text{ y } n_2, \text{ y } F_{F_{2n_1}^{2n_2}}^{-1}(1-\eta)$$

es la siguiente,

$$\eta = P \left( \frac{\sum_{i=1}^{n_1} X_i}{n_1 \sum_{j=1}^{n_2} Y_j} \geq K^D(\alpha_2) / \left( \frac{\theta_1}{\theta_2} \right) = c_1 \right)$$

Esta fórmula se diferencia de la del apartado anterior (ver:III.2) en:

1. El signo de la desigualdad
2. Que en lugar de

$$K^I(\alpha_1)$$

está:

$$K^D(\alpha_2)$$

Por consiguiente, para no ser reiterativos,

$$K^D(\alpha_2)$$

tomará la siguiente forma:

$$K^D(\alpha_2) = c_1 F_{F_{2n_1}^{2n_2}}^{-1}(1-\eta)$$

Igualando ambos **umbrales críticos de decisión**, obtenemos la fórmula que nos permite el cálculo del **tamaño de la muestra**:

$$\frac{c_1}{c_0} = \frac{F_{F_{2n_1}^{2n_2}}^{-1}(1-\alpha_2)}{F_{F_{2n_1}^{2n_2}}^{-1}(1-\eta)}$$

Tomaremos aquellos  $n_1$  y  $n_2$  que verifiquen lo máximo posible esta relación.

### IV.3. Regla general de decisión

Para dos muestras de medias

$$\bar{x}_{n_1} \text{ e } \bar{y}_{n_2} \text{ (valores particulares de } \bar{X}_{n_1} \text{ e } \bar{Y}_{n_2} \text{)}$$

susceptibles de ser extraídas, la **hipótesis nula** será rechazada o aceptada bajo las siguientes condiciones:

$$\text{Si } \frac{n_2}{n_1} \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i}{\sum_{j=1}^{n_2} y_j} \geq c_o \quad F_{F, 2n_1}^{-1} (1 - \alpha_2) \text{ se rechaza } H_o$$

$$\text{Si } \frac{n_2}{n_1} \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i}{\sum_{j=1}^{n_2} y_j} < c_o \quad F_{F, 2n_1}^{-1} (1 - \alpha_2) \text{ se acepta } H_o$$

### ACLARACIONES DE LAS NOTACIONES MÁS RELEVANTES

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

$\alpha$  : nivel de significación.

$\alpha_1$  : nivel de significación

[test de hipótesis unilateral a la izquierda]

$$[\alpha = \alpha_1 + \alpha_2; \alpha_2 = 0]$$

$\alpha_2$  : nivel de significación

[test de hipótesis unilateral a la derecha]

$$[\alpha = \alpha_1 + \alpha_2; \alpha_1 = 0]$$

$$K^I(\alpha_1)$$

Umbral crítico de decisión

[test de hipótesis unilateral a la izquierda]

$$K^D(\alpha_2)$$

Umbral crítico de decisión

[test de hipótesis unilateral a la derecha]

$$\bar{F}_{\chi^2_{2n}}^{-1}(\delta)$$

*Función inversa de la función de distribución  
de la variable aleatoria  $\chi^2_{2n}$  de HELMERT  
con  $2n$  grados de libertad para un área  
igual a  $\delta : \delta \in [0,1]$*

$$\bar{F}_{F_{\frac{2n_1}{2n_2}}}^{-1}(\delta)$$

*Función inversa de la función de distribución  
de la variable aleatoria  $F_{\frac{2n_1}{2n_2}}$  de FISHER - SNÉDECOR con  
 $2n_1$  grados de libertad para el numerador y  
 $2n_2$  grados de libertad para el denominador  
para una área igual a  $\delta : \delta \in [0,1]$ .*

*Nota: en este artículo  $\delta$  toma los valores:  
 $\alpha_1, 1 - \alpha_2, \eta$  y  $1 - \eta$*



## BIBLIOGRAFÍA

- BAILLE A., BARRA J R. (1969). Problèmes de Statistique Mathématique. Dunod
- BAZOVSKY I. (1966). Fiabilité. Théorie et pratique de la sûreté de fonctionnement. Dunod
- BERNIER J., ULMO J. (1973). Éléments de décision statistique. Presses Universitaires de France.
- BERRETTONNI J.N. (1964). Practical. Applications of the WEIBULL Distribution. Industrial Quality Control.
- BOULEAU N. (1986). Probabilités de l'ingénieur. Variables aléatoires et simulation. Préface de Alain BENSOUSSAN. Hermann. Éditeurs des sciences et des arts.
- CALOT G. (1967). Cours de Calcul des Probabilités. Dunod.
- CALOT G. (1967). Exercices de Calcul des Probabilités. Dunod.
- CARON N., TASSI Ph. (1991). Problèmes résolus de Statistique Mathématique. Economica.
- DIAZ-LLANOS y SAINZ-CALLEJA Fco. J. (1993). Formulaciones de interés en la Estadística Aplicada. Registro Provincial de la Propiedad Intelectual de Madrid. Número 14000.
- DIAZ-LLANOS y SAINZ-CALLEJA Fco. J. (1995). Un estudio de la ley de Vilfredo Federico Dámaso PARETO (1848-1923). Ediciones UEM-CEES.
- DIAZ-LLANOS y SAINZ-CALLEJA Fco. J. (1996). Un estudio de la Ley de W. WEIBULL. Ediciones UEM-CEES.
- DIAZ-LLANOS y SAINZ-CALLEJA Fco. J. (1999). Un nuevo procedimiento para la determinación del tamaño de la muestra en las ciencias experimentales. Anales de la Real Academia de Doctores. Volumen 3, pp. 143-156.
- DOURGNON F., REYROLLE J. (1966). Tables de la fonction de répartition de la loi WEIBULL. Revue de Statistique Appliquée, 14 (4): 83-116.
- DUDEWICZ E., MISHRA S N. (1988). Modern Mathematical Statistics. John Wiley & Sons.
- FZ DE TROCONIZ A. (1993). Probabilidades. Estadística. Muestreo. Tebar Flores.
- FOUCART Th. (1991). Introduction aux tests statistiques. Enseignement assisté par ordinateur. Editions Technip.
- KALBFLEISCH J G. (1984). Probabilidad e inferencia estadística. Tomos 1 y 2. Editorial AC.
- KAO J H K. (1959). A graphical Estimation of Mixed. WEIBULL Parameters in Life. Testing of Electron tubes. Technometrics, 1:389-407.
- KAUFFMANN P. (1994). Statistique. Information. Estimation. Tests. Dunod
- KOLMOGOROV A. N. (1933). Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Berlin, Springer-Verlag. Traduction anglaise: Foundation of the Theory of Probability, New York, Chelsea Publishing Company, 1950.
- LECOUTRE J.P., LEGAIT S., TASSI Ph. (1987). Statistique. Exercices corrigés avec rappels de cours. Masson.
- LEGAIT S., TASSI Ph. (1990). Théorie des probabilités en vue des applications statistiques. Editions Technip.
- LEPAGE Y., MOORE M., ROY R. (1975). Introduction à la Théorie des Probabilités. Les Presses de l'Université de Québec.
- MENON M.V. (1963). Estimation of the shape and scale parameters of the WEIBULL distribution. Technometrics, vol. 5, pp. 175-182.
- MONFORT A. (1980). Cours de probabilités. Annexe de Philippe TASSI. 2° Edition. Economica.

- MONFORT A. (1982). Cours de Statistique Mathématique. 2<sup>e</sup> Edition. Economica.
- PLAIT A. (1962). The WEIBULL distribution with Tables. Industrial Quality Control, 19:17-28.
- POLLARD A., RIVOIRE C. (1968). Méthode de WEIBULL. Mémoire d'études. École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.
- POLLARD A., RIVOIRE C. (1971). Fiabilité et Statistiques prévisionnelles. Méthode de Weibull. Editions Eyrolles.
- RAO C R. (1965). Linear Statistical Inference and its applications. John Wiley & Sons, Inc., New York. London. Sydney.
- SAPORTA G. (1990). Probabilités. Analyse des Données et Statistique. Editions Technip.
- SCHWOB M., PEYRACHE G. (1964). Traité de fiabilité. Masson.
- TASSI Ph. (1985). Méthodes Statistiques. Economica. Paris.
- VALLECILLOS JIMÉNEZ A. (1996). Inferencia estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas. Editorial COMARES.
- WEIBULL W. (1951). A Statistical distribution function of wide applicability. Journal of Applied Mechanics, 18.
- WILKS S.S. (1962). Mathematical Statistics. John Wiley & Sons, Inc., New York. London. Sidney.
- ZADULOVA A.H. (1965). Problèmes de durée de vie. Applications à l'industrie Automobile. Revue de Statistique Appliquée, vol XII, n<sup>o</sup> 4, pp. 75-98.